

# Modèle mathématique prévisionnel appliqué en démographie médicale<sup>1</sup>

B. Junod

De l'Institut universitaire de médecine sociale et préventive, Lausanne

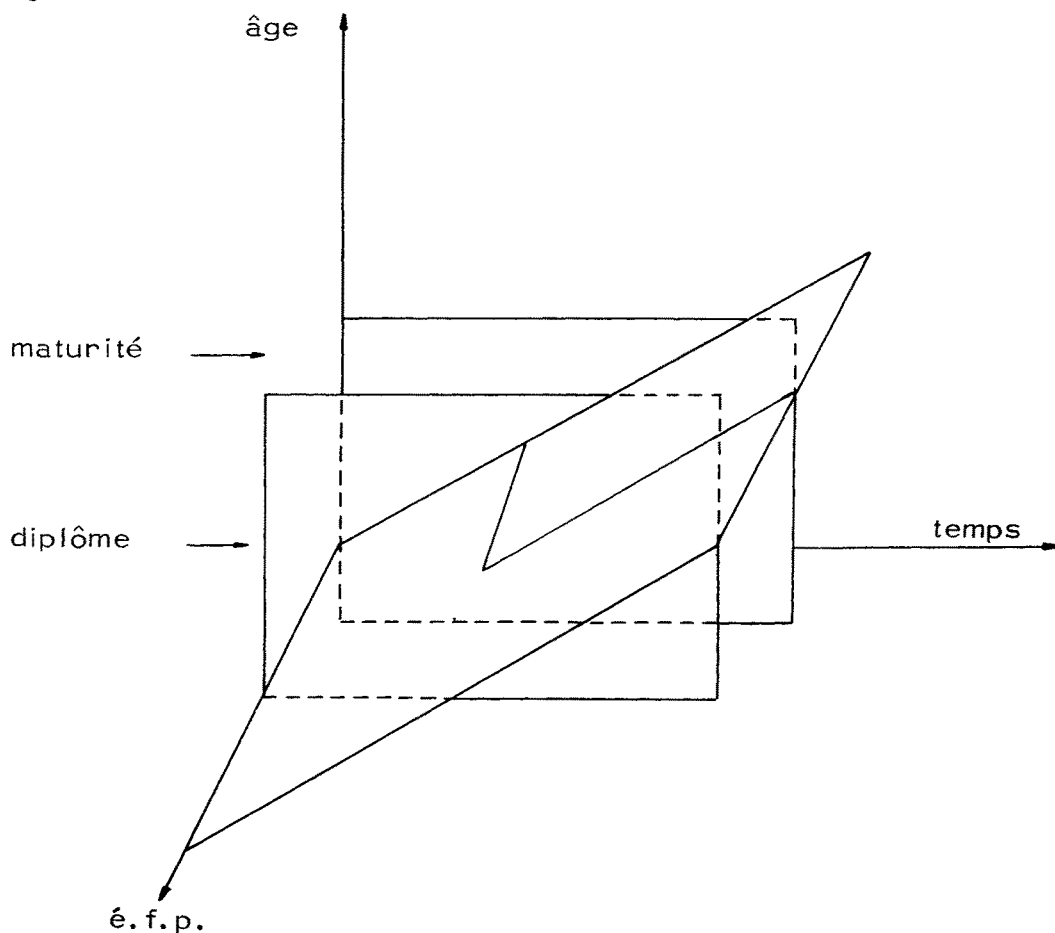
## Résumé

Après une brève discussion des principes d'analyse appuyée sur une représentation générale multidimensionnelle du phénomène étudié sont abordés les problèmes de méthodes posés par l'élaboration d'un modèle mathématique. Selon certains critères, données disponibles et buts du modèle, des hypothèses simplificatrices sont énoncées. La représentation simplifiée et le modèle mathématique qui en découle sont exposés. Les bases d'un modèle plus général et quelques allusions aux techniques d'exploitation terminent ce travail.

Dans toute étude démographique, il y a un conflit entre la réalité que l'on cherche à cerner et les données disponibles. Avant de parvenir à ajuster un modèle mathématique au phénomène étudié, thèses et applications vont se succéder et s'influencer réciproquement. Nous allons brièvement dé-

<sup>1</sup> Basé sur une présentation lors de la journée d'exposés scientifiques de la Société Suisse de médecine préventive, Genève, 22 juin 1972.

Fig. 1



crire les méthodes d'approche et les étapes de réflexion sous-jacentes à une étude rétrospective et à des prévisions que nous avons réalisées sur la relève médicale en Suisse.

#### *Quelques principes d'analyse en démographie médicale*

Définissons tout d'abord le cadre de l'étude envisagée. Nous étudions une population en nous intéressant aux étapes de la vie professionnelle et à l'âge des personnes qu'elle contient en fonction du temps. Ces caractéristiques de toute personne sont repérables en se référant à un point situé dans un espace à trois dimensions: temps, âge et étape de la formation professionnelle (é.f.p.) cf. figure ci-dessus.

L'âge et le temps sont continus. Les étapes de la vie professionnelle sont repérées le long d'un axe discontinu. Nous en distinguons sept:

- maturité
- premier propédeutique
- deuxième propédeutique
- diplôme
- titre accordé par la Fédération des médecins suisses (F.M.H.)
- installation comme généraliste
- installation comme spécialiste

Par l'analyse du phénomène que nous étudions, nous désirons dégager les principales tendances attribuables au temps, à l'âge, à la génération ou à la succession des étapes de formation professionnelle. Les projections sur chacun des plans de référence et une quatrième projection à 45 degrés sur le plan horizontal peuvent être étudiées séparément. Les techniques d'analyse de la projection sur le plan «âge-temps», correspondant à un diagramme de Lexis sont bien connues: elles consistent en particulier à

élaborer des profils de temps, d'âge et de génération. Nous savons également qu'il existe une incertitude due à l'intrication des effets «âge», «temps» ou «génération», toujours combinés deux à deux. Cependant l'introduction de l'axe «étapes de la formation professionnelle» et une extension de la notion habituelle de génération à l'ensemble des personnes franchissant une telle étape dans un intervalle de temps donné permet de distinguer un effet «âge» et un effet «temps» par des figures telles que celles représentées ci-dessous (cf. fig. 2 et 3). Ces représentations graphiques de la distribution des âges et du temps permettraient sans doute de mettre en évidence de nombreuses tendances. Parmi elles, l'allongement de la durée de la formation postgradué au cours du temps est bien connue.

#### *Méthode d'élaboration du modèle*

Le cadre de l'étude étant délimité, il s'agit de constater quelles sont les données disponibles avant de quantifier les grandeurs étudiées en vue de décrire certaines de leurs relations par des fonctions mathématiques. Dans notre cas particulier, l'application des principes évoqués dans le précédent paragraphe impliquerait que la banque de données constituée actuellement de fichiers manuels soit mise sous une forme exploitable par ordinateur. Nous avons dû nous contenter de rassembler pour la période allant de 1919 à 1971 les effectifs globaux de personnes franchissant chacune des sept étapes de leur vie professionnelle et ceux de la population suisse âgée de 19 ans. Comme nous n'avions pas de données successives sur chaque individu nous avons restreint le but de notre modèle à une prévision des effectifs de différentes catégories de médecins.

Constatant lors de l'analyse que les taux de passage – dont la définition est donnée

*Etape de formation et âge fixés*

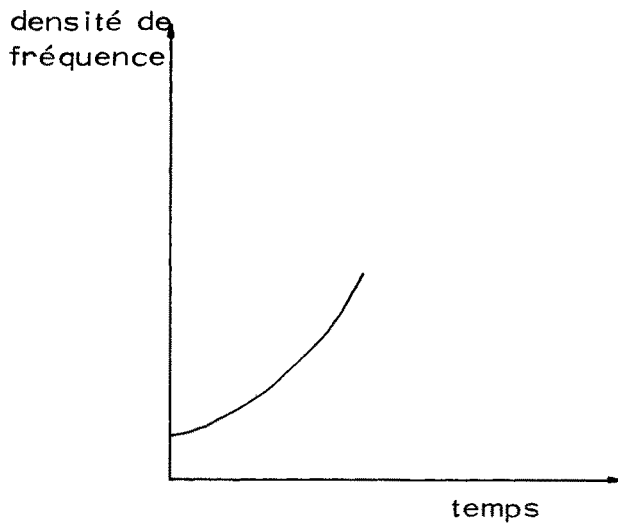


Fig. 2

*Etape de formation et temps fixés*

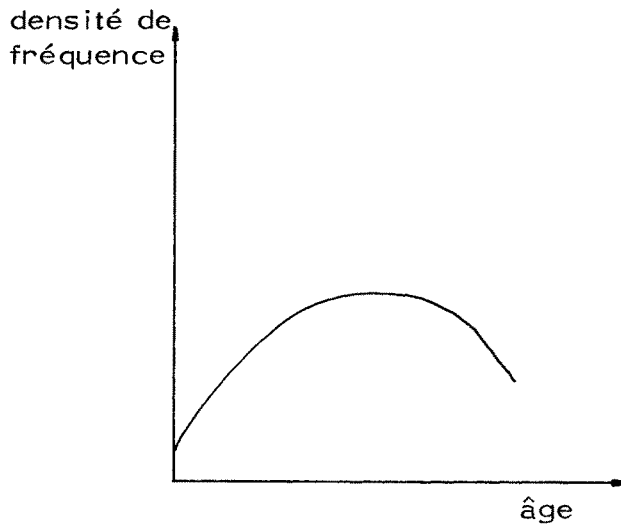


Fig. 3

ormellement ci-après — d'une étape de la  
rie professionnelle à une autre sont très ré-  
guliers, nous avons énoncé deux hypothè-  
ses simplificatrices nous permettant d'utili-  
ser un modèle adapté à nos données:

1. tous les étudiants ou médecins qui fran-  
chissent une étape déterminée ont le  
même âge;
  2. cet âge est fixé pour chaque étape.
- Sous ces hypothèses, la représentation du

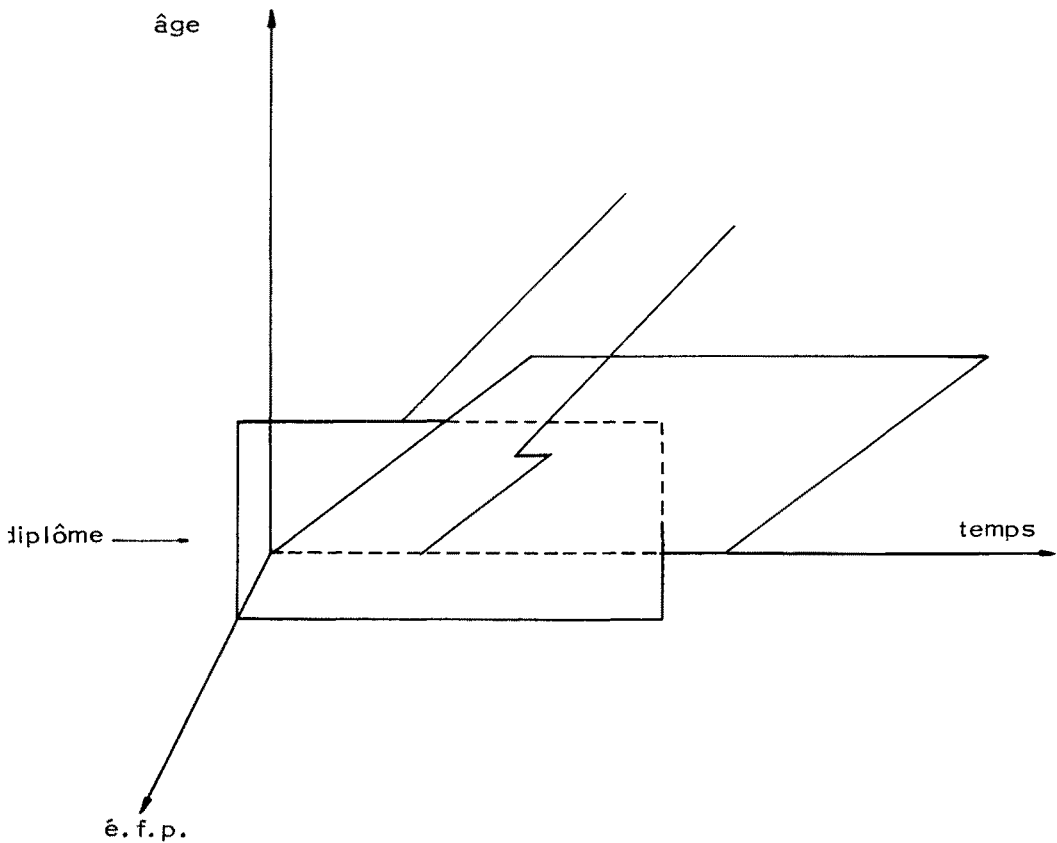


Fig. 4

phénomène étudié prend une autre forme.  
Le diagramme de Lexis figuré par un plan  
vertical sur le schéma ci-dessus correspond  
à l'ensemble de la population suisse et les  
points situés sur le plan oblique figurent les  
personnes selon leur génération, leur âge

et les étapes de la formation professionnelle  
qu'elles ont franchies. Nous pouvons alors  
suivre parmi chaque cohorte — soit l'en-  
semble des personnes nées au cours de la  
même année — les personnes susceptibles  
d'accomplir leur formation médicale.

**Modèle simplifié**

Soit :

- $n_g$  ensemble des âges des personnes au nième niveau de formation considéré;
- $n_{g_0}$  le plus petit âge contenu dans  $n_g$  (âge ou l'on franchit la nième étape);
- $n_{g_1}$  le plus grand âge contenu dans  $n_g$ ;
- $a$  année d'observation ou de prévision;
- $n_{g_{N_a}}$  effectif des étudiants ou médecins d'un âge contenu dans  $n_g$  en l'an  $a$ ;
- $t_x(m, n)$  taux de passage du mième au nième niveau de formation se rapportant à la cohorte  $x$ ;
- $tp_x(m, n)$  taux de passage applicable à la prévision, du mième au nième niveau de formation considéré, se rapportant à la cohorte  $x$ ;

$$t_{a - k_{g_0}}(j, k) = \frac{k_{g_0} N_a}{j_{g_0} N_a + j_{g_0} - k_{g_0}}$$

$$\text{et } n_{g_{N_a}} = \sum_{i=n_{g_0}}^{n_{g_1}} n_{g_0} N_a - n_{g_1} + i$$

et en particulier pour

$$a_1 = a + n_{g_0} - m_{g_0}, \text{ où } m \leq n$$

et  $a$  au plus égal à la dernière année d'observation:

$$n_{g_{N_{a_1}}} =$$

$$\sum_{i=n_{g_0}}^{n_{g_1}} m_{g_0} N_a + n_{g_0} - i \cdot tp_{a_1 - i}(m, n)$$

Dans le cas particulier où  $m_{g_0} = 21$  (âge de passage du premier propédeutique) et  $n_{g_0} = 37$  (âge moyen d'installation du libre praticien),  $a_1$  vaut  $1971 + 37 - 21 = 1987$ .

Si un représente le diplôme et si nous considérons l'ensemble des médecins, il est tenu compte de la mortalité. Nous utilisons un jeu de taux, les probabilités de survie  $P_x$ , (où  $n_{g_0} \leq x \leq n_{g_1}$ ), calculées d'après les tables récemment publiées par *Anne Boigeol*.  $L_x$  étant le nombre de survivants à l'âge  $x$ ,

$$P_x = \frac{L_x}{L_{n_{g_0}}}$$

l'effectif calculé devient alors:

$$n_{g_{N_{a_1}}} = \sum_{i=n_{g_0}}^{n_{g_1}} m_{g_0} N_a + m_{g_0} - i \cdot tp_{a_1 - i}(m, n) \cdot P_{i - n_{g_0}}$$

Pour les calculs concernant les libres praticiens, nous avons appliqué des taux  $P$  plus faibles, tenant compte de toutes les causes de sortie professionnelle.

Remarquons qu'il est possible de tester le modèle en calculant par exemple l'effectif attendu de l'ensemble des médecins et en

comparant ce dernier aux observations actuelles. Nous avons donc simplement:

$$m_{g_N}^a = \sum_{i=m_{g_0}}^{m_{g_1}} m_{g_0}^{a-i} \cdot P_i$$

Car, ici,  $\forall i, (a - i + m_{g_0}) \leq 1971$

Pour corriger les effets de fluctuations annuelles, les effectifs et les taux ont été calculés par la méthode des moyennes mobiles. Le choix du nombre d'années sur lequel porte le calcul de la moyenne tient compte de la variance de la distribution des âges lors du passage de l'étape mais il est indépendant du temps.

Les âges choisis sont probablement plus proches de l'âge médian que de l'âge moyen de la distribution. En outre, les durées de formation qui en découlent se rapprochent de celles observées actuellement.

Pour les effectifs globaux calculés par une somme sur de nombreuses années, le choix des âges n'a pas un effet considérable. Mais il est évident que l'utilisation d'un modèle mathématique moins simplifié nous aurait évité de fausser certaines tendances observées.

Pour élaborer un modèle plus complet, il est indispensable de repérer chaque personne lorsqu'elle franchit une étape de sa formation professionnelle; il serait judicieux d'ajouter à la caractéristique de l'âge le sexe, la nationalité, le lieu d'activité et la spécialité. Ce modèle tiendrait alors compte des principales tendances mises en évidence par l'analyse. La définition des durées de chaque étape, des effectifs d'étudiants à venir et de la date pour laquelle une prévision est désirée permettrait par exemple d'obtenir une pyramide des âges des médecins de chaque sexe dans un canton ou une région donnée, à une époque

donnée et par spécialité. Une comparaison entre effectifs attendus et besoins serait susceptible de dégager les disparités et les obstacles et de chercher les solutions adéquates.

La distribution de la médecine n'est-elle pas devenue un des principaux facteurs du milieu? Sans doute la démographie médicale et sa prospective font partie des préoccupations de l'épidémiologiste et du médecin de santé publique.

#### Summary

*A mathematical model with application in medical demography.*

*After a brief discussion of the principles of analysis based on a general multidimensional representation of the phenomenon under study, the methodology of the elaboration of a mathematical model is described. According to the existing data, the aims of the application of the model and the credibility of the relations between variables, several simplifying hypothesis are formulated.*

*The simplified representation and the mathematical model derived from it is described.*

*This paper concludes with the principles of a more general model and various applications derived from it.*

#### Bibliographie

- Boigeol Anne:* Comment les médecins quittent-ils leur profession? C. Sociol. Démogr. médic. 1971, 11, 123 à 131.
- Bonamour P., Pfalzgraf J.:* Effectifs prévisibles et besoins de médecins pour l'avenir. C. Sociol. Démogr. médic. 1969, 9, 223-235.
- Case R.:* Cohort analysis of mortality rates as a historical or narrative technique. Brit. J. prev. soc. Med. 1966, 10, 159-171.
- Gilliland Pierre:* Aperçu de démographie médicale en Suisse. C. Sociol. Démogr. Médic. 1971, 11, 89-103.
- Junod B.:* La relève médicale en Suisse. Etude rétrospective et prévisions. Th. méd. Lausanne 1972.
- Levy R. D.:* Présentation bibliographique des dix premières années des cahiers de sociologie et de démographie médicales. C. Sociol. Démogr. médic. 1971, 11, 7-25.

*MacMahon Brian, Terry W. D.:* Application of cohort analysis to the study of time trends in neoplastic disease. *J. chron. Dis.* 1958, 7, 124-35

*Organisation Mondiale de la Santé:* Méthodes d'estimation des besoins en personnel sanitaire. Rapport sur un symposium, Budapest 1968. Copenhagen, Bureau régional de l'Europe de l'O.M.S., 1970.

*Pressat R.:* L'analyse démographique. Concepts, méthodes, résultats. 2e éd. - Paris, Presse Univ. de France, 1969.

*Pustovoj I. V.:* L'application de la recherche opérati-

tionnelle à la planification sanitaire. Copenhagen, Bureau régional de l'Europe de l'O.M.S., 1966.

*Weber A. A.:* Problèmes de statistique mathématique posés par les programmes de santé publique. Th. sc. Genève 1960.

Adresse de l'auteur:

Dr *B. Junod*, Institut universitaire de médecine sociale et préventive, Hôpital Sandoz, 1011 Lausanne

## Laboreinrichtungen

Mech. Schreinerei

Innenausbau

8055 Zürich

Friesenberg-/Haldenstraße

## Vögeli Söhne Zürich

Telephon 33 03 30



**Reformhaus Müller AG**  
8023 Zürich 1 Rennweg 15  
Telefon 01 25 69 36/37

### **Diät aus dem Reformhaus** **Lohnende Präventivmaßnahmen** **Unsere Spezialitäten:**

Große Auswahl natürlicher Diät- und Kurmittel (Diabetikerprodukte, Artikel für salzlose und salzarme Diät, Leber-Galle fördernde Produkte, Kurmittel für eine gesunde und wirksame Schlankheitsdiät, Entschlackungsprodukte, Aufbaumittel).